Curso de Ingreso 2021

Módulo: Física

Universidad Autónoma de Entre Ríos

FCYT Facultad de Ciencia y Tecnología

OBJETIVOS

- ✓ Intensificar sistemáticamente los conocimientos del mundo natural para comprender eficazmente las leyes que lo gobiernan.
- ✓ Relacionar magnitudes físicas.
- ✓ Utilizar conceptos matemáticos para resolver ejercicios.
- ✓ Expresar simbólicamente la información.
- ✓ Deducir conclusiones de distintos procedimientos.
- ✓ Aprender a medir magnitudes físicas, con instrumentos de laboratorio.

CONTENIDOS

1) INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA.

2) MAGNITUDES FÍSICAS: Conceptos de magnitud, unidad y cantidad física. Magnitudes escalares y vectoriales. Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA). Formación de múltiplos y submúltiplos de unidades. Pasajes entre múltiplos y submúltiplos en sistema decimal y sexagesimal

3) VECTORES: Adición y sustracción de vectores. Producto escalar entre dos vectores.

4) RELACIONES ENTRE MAGNITUDES: Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Cálculo de la pendiente de una recta obtenida de mediciones de magnitudes físicas. Gráficas características. Escalas.

5) MEDICIONES DIRECTAS: Apreciación de un instrumento. Calibre. Tornillo micrométrico. Medidas directas e indirectas. Incertezas en las mediciones. Estimación de una lectura. Incerteza absoluta de una medida. Expresión de una medida y de una serie de medidas. Incerteza relativa de una medida y de una serie de medidas. Incerteza relativa porcentual. Precisión de una medición

1. Introducción a la Física.

La Física es la ciencia relacionada con la comprensión de los fenómenos naturales que ocurren en nuestro Universo. Como todas las ciencias fácticas, la Física parte de observaciones experimentales y mediciones cuantitativas. El principal objetivo de la Física es utilizar el limitado número de leyes que gobiernan los fenómenos naturales para predecir los resultados de futuros experimentos. Las leyes fundamentales se expresan en el lenguaje de las matemáticas, herramienta que brinda un puente entre la teoría y el experimento. Es decir, el conjunto de las leyes de la Física en un lenguaje cuantitativo y operativo como el matemático, constituye el modelo de la naturaleza hasta donde se la conoce.

Cuando surge una discrepancia entre la teoría y el experimento, deben formularse nuevas teorías y experimentos para eliminarla. Muchas veces una teoría es satisfactoria sólo en condiciones limitadas; una teoría más general podría ser satisfactoria sin estas limitaciones. Un ejemplo clásico son las leyes del movimiento de Newton que describen con precisión el movimiento de cuerpos a velocidades normales, pero que no se aplican a objetos que se mueven a velocidades comparables con la velocidad de la luz. La teoría especial de la relatividad desarrollada por Einstein predice con buenos resultados el movimiento de objetos a baja velocidad y a velocidades que se acercan a la velocidad de la luz, por eso es una teoría de movimiento más general.

Durante este curso, definiremos algunas de las herramientas básicas (en su mayoría provenientes de las Matemáticas) para el estudio de la Física, abordando conceptos necesarios para la definición de fenómenos que se estudian desde esta disciplina.

2. Magnitudes físicas

LA MEDICIÓN:

Para las Ciencias Naturales, en su calidad de ciencias experimentales, la medición constituye una operación fundamental que permite describir a la naturaleza mediante las magnitudes o propiedades medibles.

Una magnitud física es toda propiedad de los sistemas físicos (cuerpos o fenómenos físicos) susceptible de ser medida a través de medios o instrumentos objetivos y, por lo tanto, se la expresa por un valor numérico y una unidad de medida.

Longitud, masa, tiempo, volumen, fuerza, velocidad, entre otros., son ejemplos de magnitudes físicas. Belleza, sinceridad y alegría, en cambio, no son magnitudes físicas, porque no es posible elaborar una escala y/o un instrumento que permita su determinación objetiva, ya que son conceptos subjetivos.

La cantidad física es el valor específico de una magnitud física, es un valor numérico acompañado de una unidad de medida. La longitud de 1,2m (metros) de esta mesa, la masa de 28g (gramos) de aquella moneda, el volumen de 8,6cm^3 (centímetros cúbicos) de esa lapicera, etc., son ejemplos de cantidades físicas.

Si decimos que la longitud del pizarrón es de 2m, la longitud es la magnitud física, 2m es la cantidad física, y la unidad es el metro, representada por el símbolo “m”.

Las magnitudes se clasifican en escalares y vectoriales.

- Magnitudes escalares son aquellas que quedan determinadas por un número y una unidad. Por ejemplo: la longitud, el tiempo, la masa, la superficie, etc. Cuando se pide un recipiente de capacidad de 5L (litros), no hace falta incorporar información adicional.
- Magnitudes vectoriales son aquellas que quedan determinadas por un módulo (o intensidad), una dirección, un sentido, y en algunos casos, un punto de aplicación. Por ejemplo: fuerza, velocidad, aceleración, desplazamiento, etc. Gráficamente se representan mediante vectores, que son segmentos orientados (flechas) con los que puede operarse de acuerdo al cálculo vectorial. Cuando se pide aplicar una fuerza a un automóvil, es necesario especificar dónde se aplicará la fuerza, en qué dirección y sentido, y cuánta fuerza se debe aplicar para que el automóvil se desplace.

¿QUÉ ES MEDIR?

Cuando se habla de medir, no se habla exclusivamente de usar un instrumento determinado, sino que se hace referencia a una comparación entre dos cantidades de una misma magnitud. El objetivo es poder asignar un valor a una de esas cantidades, usando la otra como referencia. Por ejemplo: se puede determinar la longitud de una habitación contando la cantidad de baldosas que hay en el piso, si se conoce de antemano la longitud de cada baldosa. En este caso se está comparando la longitud de una baldosa con la longitud de la habitación. Otro ejemplo: cuando se dice que el largo de un aula es de 6m, se desea indicar que dicha longitud es 6 veces la unidad metro.

En el proceso de la medición intervienen:

A) Un sistema físico: desde donde se selecciona la cantidad a medir, por ejemplo, la longitud de un poste.

B) Un sistema de medición: es un conjunto, formado por el instrumento de medición y la teoría sobre la que fundamenta su funcionamiento, por ejemplo, la cinta métrica y la teoría sobre la cual se basa su uso. Este conjunto también incluye el sistema de unidades de medida que se va a adoptar.

C) El operador: es el que realiza el proceso de la medición, a partir de criterios de ejecución correctos y de la toma de lectura en la escala del instrumento.

UNIDADES DE MEDIDA:

En la Argentina se acordó utilizar las unidades del Sistema Internacional, a partir de la ley N°19.511, donde se define el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA), en el que las unidades fundamentales, suplementarias y derivadas son:

UNIDADES FUNDAMENTALES		
MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de materia	mol	mol
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
UNIDADES SUPLEMENTARIAS		
MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

Tabla 2.1. *Unidades fundamentales y suplementarias del SIMELA.*

UNIDADES DERIVADAS	
MAGNITUD	SÍMBOLO
Superficie	m^2
Volumen	m^3
Velocidad	$\frac{m}{s}$
Aceleración	$\frac{m}{s^2}$
Fuerza	$Newton\ (N) =\ kg\ .\frac{m}{s^2}$
Trabajo	$Joule\ (J)\ =\ N\ .m$
Carga eléctrica	$Coulomb\ (C)\ =\ A\ .s$

Tabla 2.2. *Algunas unidades derivadas del SIMELA.*

<u>FORMACIÓN DE MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS:</u>

Los múltiplos y submúltiplos se utilizan para simplificar la escritura de los números que expresan medidas demasiado grandes o demasiado pequeñas. El uso de un sistema decimal permite la conversión de unidades de medida, utilizando como factor el número 10. Cuando el pasaje requiere el uso del factor 10 en repetidas ocasiones (multiplicar o dividir varias veces por 10), es conveniente utilizar la notación de potencia:

$$(\quad) \times 10 \times 10 \times 10 = (\quad) \times 10^3$$
$$(\quad) \div 10 \div 10 \div 10 = (\quad) \div 10^3 = (\quad) \times 10^{-3}$$

En algunos casos, también se implementa el uso de prefijos para indicar alguna potencia de 10 en particular. Estos prefijos pueden usarse en cualquier unidad, cambiando su nombre dependiendo del factor que se use para resumir la expresión:

FACTOR POR EL QUE SE MULTIPLICA LA UNIDAD	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
10^{0}	*unidad*	
10^{-1}	deci	d

10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Tabla 2.3. *Potencias de 10, prefijos y símbolos usados en el sistema decimal.*

No todos estos prefijos son de uso regular, por lo que comúnmente se suele usar una tabla en donde aparecen los más utilizados. Esta tabla permite realizar pasajes de manera más sencilla, en caso de ser necesario:

÷10 ÷10

kilo ( )	hecto ( )	deca ( )	(***unidad*** [1])	deci ( )	centi ( )	mili ( )

x10 x10

Considerando todo lo anterior, se pueden aplicar pasajes entre múltiplos y submúltiplos de unidades, a partir de diferentes métodos:

a) *Usando la tabla de múltiplos y submúltiplos*
b) *Reemplazando el prefijo por la cantidad que representa, y calculando:* aquí se debe tener en cuenta que <u>siempre que se agrega</u> un prefijo, se debe **dividir** por la cantidad que representa. En cambio, <u>cuando se elimina</u> un prefijo, se debe **multiplicar** por la cantidad que representa.
c) *Reemplazando un prefijo por otro:* para esto, se debe determinar el factor de conversión correspondiente.

➢ *<u>Ejemplo de aplicación: expresar 100g en mg</u>*

a) Usando la tabla de múltiplos y submúltiplos

(***gramo***)	deci (***gramo***)	centi (***gramo***)	mili (***gramo***)

x10 x10 x10

$$100\ g \times (10 \times 10 \times 10)\ \frac{mg}{g} = 100\ g \times 10^3\ \frac{mg}{g} = 100\ 000\ mg$$

[1] En todos los lugares que se muestran entre paréntesis, debe indicarse el nombre de la unidad utilizada, formando así los nombres de los múltiplos y submúltiplos. En el caso de la unidad "litro", por ejemplo: "mililitro", "centilitro", etc.

b) Reemplazando el prefijo (mili) por la cantidad que representa, y calculando:

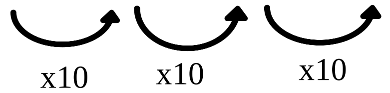
En este caso se <u>agrega</u> un prefijo, por lo que se debe **dividir** por la cantidad que representa.

$$100g \ \rightarrow 100(mili)g \rightarrow 100\ (10^{-3})g$$
$$(100 \div 10^{-3})g = 100\ 000mg$$

➢ *<u>Ejemplo de aplicación: expresar 5GB (gigabytes) en MB (megabytes)</u>*

a) Usando la tabla de múltiplos y submúltiplos[2]

giga**byte**	--	--	mega**byte**	--	--	kilo**byte**	hecto**byte**	deca**byte**	**byte**



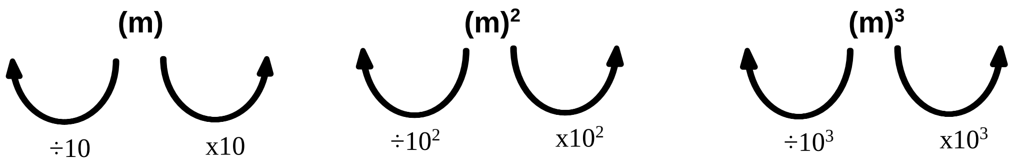
$$5GB \times (10 \times 10 \times 10)\ \frac{MB}{GB} = 5\cancel{GB \times} 10^3\ \frac{MB}{\cancel{GB}} = 5 \cdot 10^3 MB = 5000MB$$

c) Reemplazando un prefijo por otro: se utiliza la información de la Tabla 2.3, y se observa que el factor de conversión ente “giga” y “mega” es 10^3, por lo tanto:

$$5GB = 5\cancel{GB} \times 10^3\ \frac{MB}{\cancel{GB}} = 5 \cdot 10^3 MB = 5000MB$$

<u>UNIDADES EXPRESADAS COMO POTENCIAS</u>

Para estos casos, se debe respetar la potencia a la cual está elevada la unidad correspondiente. Los ejemplos más comunes, en los que se aplican estos pasajes, son las unidades de longitud, área y volumen (m, m^2 y m^3, respectivamente).



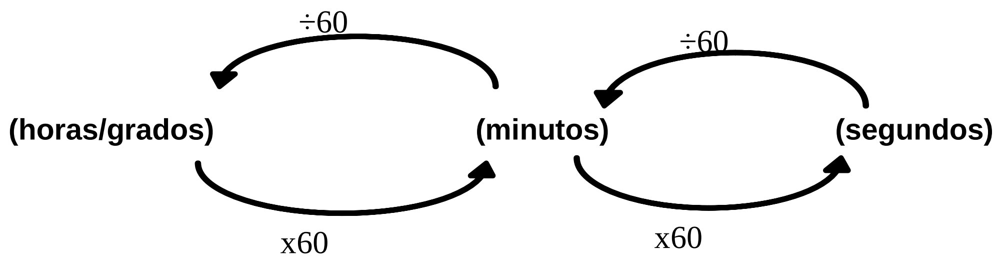
---

[2] Los espacios en blanco, corresponden a potencias de 10 para las que no existen prefijos definidos

UNIDADES EN SISTEMA SEXAGESIMAL

En este sistema, el factor utilizado para los pasajes entre unidades es el número 60.

Las unidades que suelen medirse con este sistema, son las que representan a las amplitudes de los ángulos (°, ’, ”) y a las mediciones de tiempo (h, min, s).



ACTIVIDADES

1) *Efectuar los siguientes pasajes de unidades:*

a) $7{,}14\ g\ a\ pg\ =$
b) $8{,}33\ ng\ a\ \mu g\ =$
c) $8{,}27.10^{-6}\ dag\ a\ mg\ =$
d) $20\ cm^2\ a\ m^2\ =$
e) $4{,}2\ m^3\ a\ mm^3\ =$
f) $3.10^2\ cm^3\ a\ dm^3\ =$
g) $5{,}6.10^{10}\ pm^2\ a\ m^2\ =$
h) $2{,}4.10^2\ ms\ a\ s\ =$
i) $8{,}34\ nm\ a\ km\ =$
j) $4{,}79\ GB\ a\ B\ =$
k) $34{,}7.10^{-4}\ ns\ a\ ps\ =$
l) $5{,}79\ fg\ a\ g\ =$
m) $1\ día\ a\ s =$
n) $3{,}27.10^3\ J\ a\ kJ =$

2) *Analizar las siguientes situaciones y responder:*

a) Una persona viaja en avión desde su país hasta Sudáfrica, recorre 1870 km. Luego, desde el aeropuerto, toma un micro hasta la esquina del hotel, y recorre 985 m. Finalmente camina 6500cm desde la parada hasta el hotel. ¿Qué distancia recorrió en total? Indicarla en metros.

b) Se desea construir una pared de 3m de altura por 5m de largo, con ladrillos de 26cm de largo, por 6cm de espesor:

   i. Si la separación entre cada hilera de ladrillos es de 35mm, ¿cuántas hileras de ladrillos se deben completar para llegar a la altura deseada?

   ii. ¿Cuántos ladrillos deben colocarse a lo largo de la pared?

c) Se va a pintar una pared de 4,5m de largo por 3,4m de alto; y se quiere que la capa de pintura sea de 2mm de espesor. Si los 500cm^3 de pintura cuestan $25, ¿cuánto costará pintar la pared?

3. Vectores

Un **vector** es un ente matemático, que se representa mediante un segmento de recta orientado dentro de un espacio, que puede ser bidimensional o tridimensional *(Fig. 3.1)*

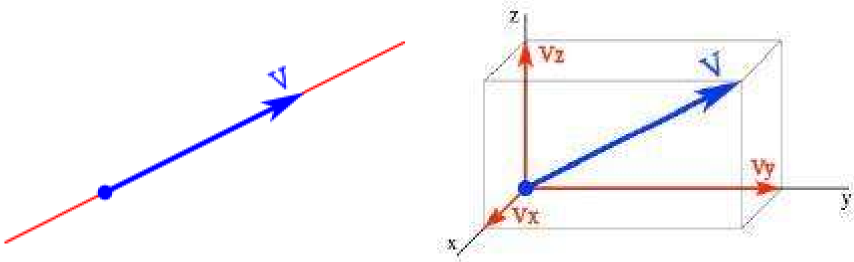


Fig. 3.1. *Representación gráfica de un vector en 2D y 3D.*

Cuando se aplica una fuerza sobre un objeto, para el análisis físico de una situación determinada, es necesario especificar dónde se aplica la fuerza, en qué dirección y sentido, y cuánta fuerza se debe aplicar para que el objeto se desplace. El sujeto de la figura 3.2 debe aplicar la fuerza con cierta dirección y sentido para lograr mover la pesa.

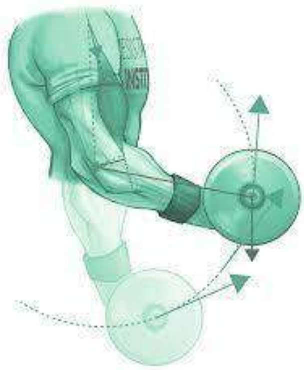


Fig. 3.2. *Representación gráfica de un sistema vectorial de fuerzas durante un movimiento.*

Los vectores se definen a partir de tres características: módulo, dirección y sentido; como se muestra en la figura 3.3.

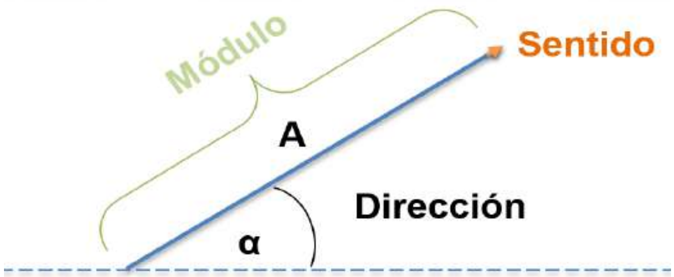


Fig. 3.3. *Características de un vector.*

Módulo (o Intensidad): Es la cantidad física del vector y está representado por su longitud según la escala elegida. Se denota con el mismo símbolo que el vector, haciendo notar que no se trata del vector completo, sino de su cantidad. Por ejemplo: el módulo del vector **A** de la figura 3.3, se puede representar como A o |**A**|.

Sentido: está indicado por la orientación del vector, representado gráficamente por la flecha, es decir hacia dónde está dirigido.

Depende de la dirección del vector, por lo que puede ser hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo, hacia el este, entre otros.

Dirección: corresponde a la inclinación de la recta, (horizontal, vertical u oblicua) sobre la que se representa el vector y se puede medir a partir de un ángulo entre ella y un eje horizontal imaginario *(Fig. 3.3)*. Por ejemplo: en la figura 4.4, se representa que el objeto se mueve con aceleración "**a**", cuando se le aplica una fuerza **F**[3]. Ambos vectores tienen dirección horizontal y sentido hacia la derecha.

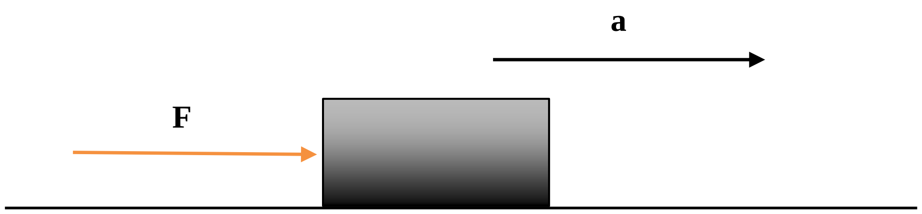


Fig. 3.4. *Esquema del movimiento de un objeto por acción de una fuerza **F.***

Teniendo en cuenta lo definido anteriormente, para que dos vectores <u>sean considerados iguales</u>, deben tener **igual módulo**, **igual sentido, y direcciones iguales o paralelas.**

<u>**OPERACIONES CON VECTORES.**</u>

<u>Métodos gráficos para sumar de vectores:</u>

Método del paralelogramo:

Para sumar dos vectores **A** y **B,** gráficamente *(Fig.3.5)*, procedemos de la siguiente manera:

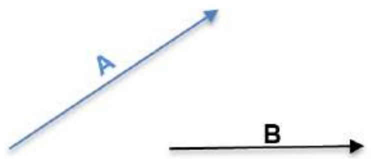


Fig. 3.5. *Representación de los vectores **A** y **B.***

1. Se trazan vectores iguales a los vectores **A** y **B,** coincidiendo sus orígenes (extremo donde inicia el vector) como se ilustra en la figura 3.6.

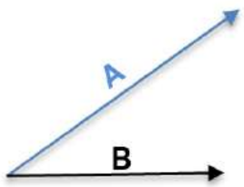


Fig. 3.6. *Representación de los vectores **A** y **B** con sus orígenes coincidentes.*

[3] Nota: de ahora en más indicaremos con negrita a los vectores. Por ejemplo, al vector Fuerza lo indicaremos **F**.

2. Se trazan por cada uno de los extremos recién dibujados, líneas paralelas a las direcciones del otro vector.

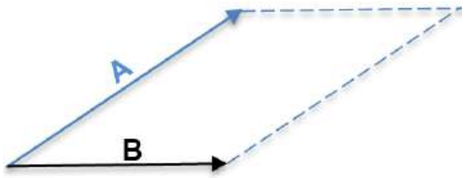


Fig. 3.7. *Representación de líneas paralelas a la dirección de ambos vectores* ***A*** *y* ***B.***

3. El vector suma **S**, de **A** y de **B**, es el vector que tiene su mismo origen y cuyo extremo se encuentra en la intersección de ambas líneas, punteadas en este dibujo (Fig. 3.8).

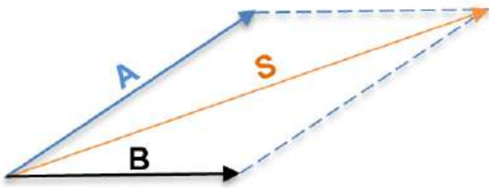


Fig. 3.8. *Representación de la suma vectorial* ***S*** *de los vectores* ***A*** *y* ***B*** *por el método del paralelogramo.*

Nota: Se puede inferir que se obtiene el mismo vector **S** si por el extremo del **A** se traza un vector igual al vector **B**, como se muestra en la figura 3.9.

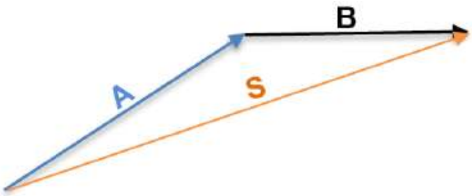


Fig. 3.9. *Representación de la suma vectorial* ***S*** *de los vectores* ***A*** *y* ***B****.*

A partir de esta observación se puede deducir que cuando se desea sumar vectores colineales (que coinciden en su dirección) bastará con trazar vectores iguales a los dados uno a continuación del otro. El vector suma **S** será aquel vector que tiene por origen: el origen del primer vector y por extremo: el extremo del segundo vector (Fig. 3.10)

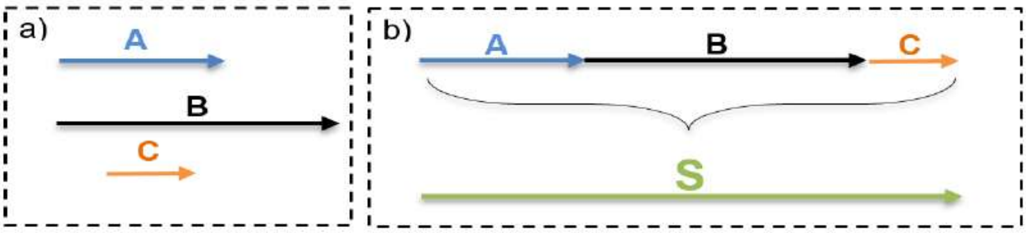


Fig. 10. *a) Representación de los vectores* ***A*****,** ***B y C,*** *b) Alineación de los vectores* ***A*****,** ***B y C*** *para su posterior suma vectorial* ***S.***

Cuando se desea encontrar la diferencia entre dos vectores colineales (que coinciden en su dirección), **A**-**B** en el ejemplo de la figura 3.11, bastará con trazar un vector igual al vector minuendo (**A**) y sobre él mismo, un vector de sentido opuesto al segundo vector sustraendo (-**B**); haciendo coincidir el extremo del primer vector con el origen del segundo vector como se muestra en la figura 3.11-b.

Fig. 3.11.** a) Representación de los vectores **A**, **B,** b) Alineación de los vectores **A**, **B** para su posterior diferencia **D.

Componentes rectangulares de un vector

Todo vector puede considerarse como suma vectorial de dos vectores perpendiculares entre sí a los que llamaremos componentes rectangulares del vector. Se acostumbra considerar a dichas componentes en las direcciones y sentido de los ejes cartesianos x e y.

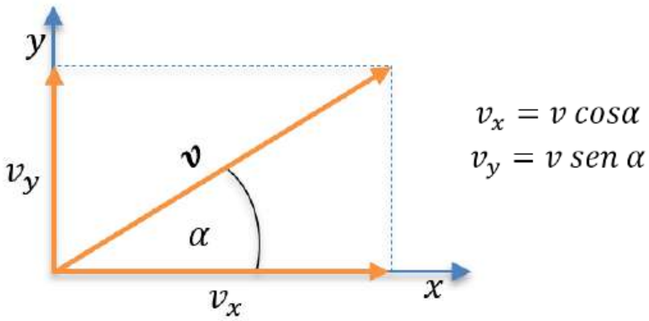


***Fig. 3.12:** Componentes rectangulares de un vector.*

Módulo de un vector: cuando está expresado en función de sus componentes rectangulares, el módulo del vector v se puede calcular mediante la siguiente expresión, partiendo del Teorema de Pitágoras:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

Dirección de un vector (θ): se puede calcular a partir de la tangente del ángulo de dirección

$$tg\ \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Sumar analíticamente vectores

Para sumar dos vectores analíticamente, se suma componente a componente cada vector. Es decir, sumamos todas las componentes que corresponden a *x* y todas las componentes que corresponden a *y*, dando el vector suma (S)

$$S = S_x + S_y$$

Donde:

$S_x = \sum F_x$ (Suma de todas las componentes x de los vectores)

$S_y = \sum F_y$ (Suma de todas las componentes y de los vectores)

Otra forma de escribir vectores

Muchas veces se expresan a los vectores en función de los llamados VERSORES: vectores de módulo uno.

Ejemplo de ellos son los versores i, j, k que coinciden en la dirección y sentido de los ejes X, Y y Z respectivamente.

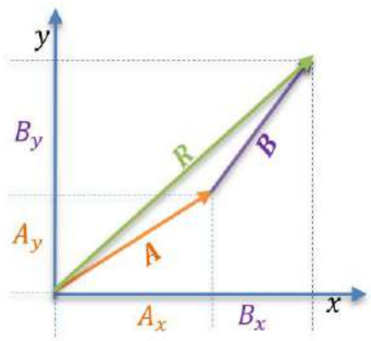
De esta manera podemos escribir los vectores de la siguiente manera.

$$A = Ax\,i \,+\, Ay\,j \,+\, Az\,k$$
$$B = Bx\,i \,+\, By\,j \,+\, Bz\,k$$
$$R \,=\, (Ax \,+\, Bx)\,i \,+\, (Ay \,+\, By)\,j \,+\, (Az \,+\, Bz)\,k$$

Por ejemplo:

Para obtener la suma de los siguientes vectores **A** y **B**, procedemos de la siguiente manera:

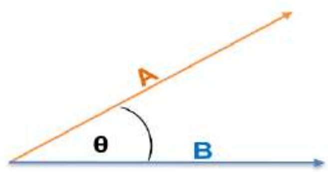
$$A \,=\, 2i \,+\, 2j$$
$$B \,=\, 2i - 4j$$
$$R = A + B$$
$$R \,=(2i \,+\, 2j) + \,(2i - 4j)$$
$$R \,=(2i \,+\, 2i) + \,(2j - 4j)$$
$$R \,=\, 4i - 2j$$



Producto escalar entre dos vectores

Se define como producto escalar entre dos vectores **A** y **B**, al escalar que se obtiene de realizar el producto de los módulos de ambos vectores, por el coseno del ángulo que ellos forman:

$$A\,.\,B \,=\, A\,.\,B\;cos\,\theta$$



Si **A** y **B** están expresados con sus componentes rectangulares, se puede calcular el producto escalar de la siguiente manera:

$$A \,=\, A_x\,i \,+\, A_y\,j \,+\, A_z\,k$$
$$B \,=\, B_x\,i \,+\, B_y\,j \,+\, B_z\,k$$

Entonces:

$$A.B \,=\, A_x.B_x \,+\, A_y.B_y \,+\, A_z.B_z$$

ACTIVIDADES

1) Obtenga la suma de los vectores:

$A = 2i + 2j$ y $B = 2i - 4j$ $R: S = 4i - 2j$

2) Una partícula experimenta tres desplazamientos consecutivos dados por

$d1 = (i + 3j - k)cm,\ d2 = (2i - j - 3k)cm\ y\ d3 = (-i + j)\ cm.$

Halle el desplazamiento total y su módulo.

3) Un vector A tiene tres unidades de longitud y apunta coincidiendo con el semieje positivo de X. Un vector B tiene 4 unidades de longitud y apunta coincidiendo con el semieje negativo Y. Use el método gráfico para encontrar la magnitud y la dirección de los vectores:

a) **A + B**

b) **A – B**

$R: 5\ a\ 307°;\ 5\ a\ 53°$

4) Un aeroplano vuela de la ciudad A hacia la ciudad B, 800 km en la dirección oeste-este, hacia el este. En la siguiente parte del viaje el aeroplano vuela 600 km de la ciudad B a la ciudad C en una dirección 40º al noreste. ¿Cuál es el desplazamiento resultante del aeroplano entre la ciudad A y la ciudad C? $R: 1320\ km\ a\ 17°$

5) Un perro que anda buscando un hueso camina 3,5 m hacia el sur, después 8,2 m a un ángulo de 30º al noreste y finalmente 15 m al oeste. Encuentre el vector desplazamiento resultante por el método gráfico. $R: 8m;\ -4°$

6) Encuentre la magnitud y dirección de la resultante de tres desplazamientos cuyas componentes rectangulares respectivas son: (3;2) m, (-5;3) m y (6;1) m. $R: 7{,}21\ m\ a\ 66°$

7) Los vectores A y B están dados por: **A** = 2**i** + 3**j** y **B** = **-i** + 2**j**.

a) Determinar el producto escalar entre ellos. $R: 4$

b) Calcule el ángulo que forman A con B. $R: 60°$

8) A partir de los datos del ítem 7 solamente, y sabiendo que forman un ángulo de 45º, hallar su producto escalar. $R: 5{,}7$

9) Si un alumno haciendo una fuerza de 5 N, tira una pelota verticalmente hacia arriba logrando que se desplace 2 m, calcule el producto escalar entre la fuerza ejercida y el desplazamiento logrado. $R: -10\ N.m$

4. Relaciones entre magnitudes

A) Proporcionalidad directa

Para definir este tipo de relación entre magnitudes, estudiaremos la relación entre la fuerza que se ejerce sobre un resorte y el alargamiento que éste muestra.

En la figura 4.1 aparece un resorte, al cual se le ha colocado ninguno, uno, dos, tres y cuatro cuerpos, todos del mismo peso. Observe en las representaciones el alargamiento del resorte según el número de cuerpos suspendidos.

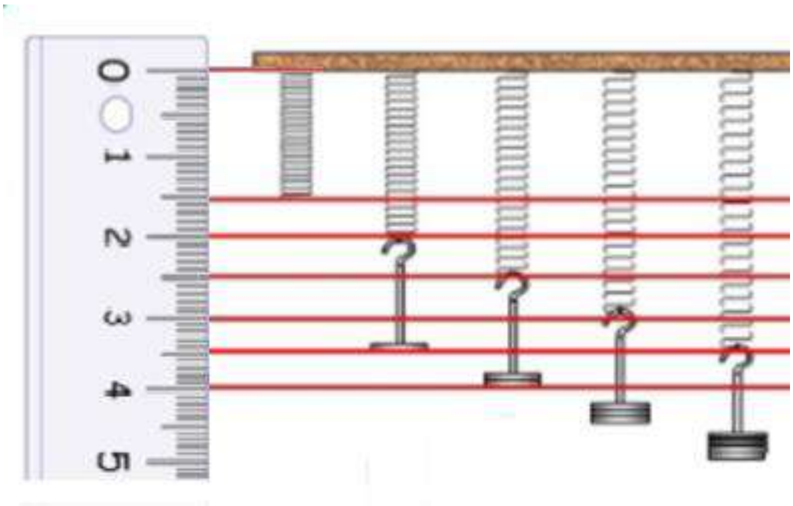


Fig. 4.1. *Alargamiento de un resorte.*

- *Tabla de datos*

Observe el alargamiento del resorte en la figura, según el número de cuerpos que de él se suspenden y complete la tabla 4.1:

Número de cuerpos	0	1	2	3	4
Alargamiento (cm)					

Tabla 4.1. *Datos obtenidos de la* Fig. 4.1.

- *Gráfica*

MATERIALES: hojas milimetradas, regla, calculadora.

Después de obtener la tabla de datos, se deben representar gráficamente las dos magnitudes, ya que esto permite visualizar fácilmente, la relación que existe entre éstas.

En una hoja de papel milimetrado se trazan dos rectas perpendiculares entre sí. Estas dos rectas horizontal y vertical se denominan ejes de abscisas (X) y ordenadas (Y), respectivamente.

De acuerdo a como se obtienen los datos, la variable que se representa en el eje de las abscisas se denomina variable independiente. En el ejemplo sería el número de cuerpos.

El alargamiento del resorte depende del número de cuerpos que se coloquen, a esta variable se la llama variable dependiente. Los datos correspondientes a esta variable, se localizan en el eje de ordenadas.

En la figura 4.2 se muestra un ejemplo de representación de dos puntos, **A (-2,3)** y **B (4,-3)**, en un plano cartesiano.

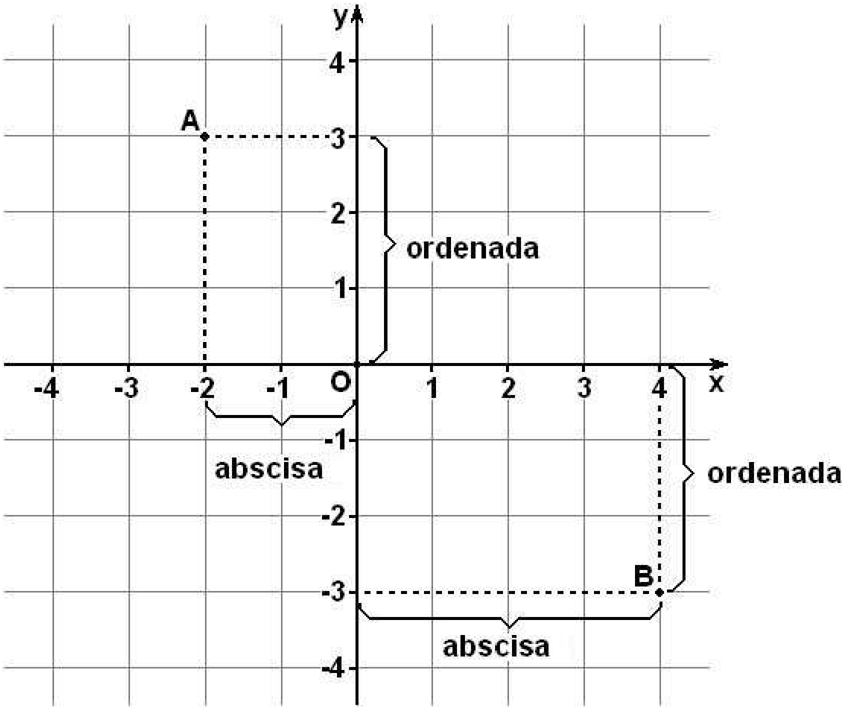


Fig. 4.2. *Partes de un plano cartesiano.*

Se deben tener en cuenta los valores máximos que se tienen cada magnitud, para dividir los ejes en segmentos iguales, de tal forma que se puedan representar todos los datos y que la gráfica ocupe la mayor cantidad de espacio.

Luego se representa cada par ordenado de valores (número de cuerpos y alargamiento) con una marca, y se unen estos puntos con una línea continua.

- *Análisis de la gráfica.*

¿Qué tipo de gráfica obtuvo? La línea ¿contiene al origen de coordenadas (0,0)?

La gráfica que se obtiene en esta actividad es una línea recta, con pendiente positiva (el ángulo que forma la recta con el eje de abscisas es agudo) y además pasa por el origen. De esto podemos concluir que el alargamiento que experimenta el resorte es directamente proporcional al número de cuerpos del mismo peso que se sostienen de él.

Si la representación gráfica de dos magnitudes corresponde a una línea recta, con pendiente positiva y que pasa por el origen del sistema de ejes, podemos asegurar que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

Si simbolizamos el alargamiento por la letra A, el número de cuerpos que de él se suspenden por la letra N y la proporcionalidad directa por el signo "α", escribiremos entonces:

$$A \; \alpha \; N$$

Que se lee: "*A es directamente proporcional a N*". Dicho de otra forma: "*la variable dependiente A es directamente proporcional a la variable independiente N*".

Como se puede observar en la gráfica o en la tabla de valores, mientras una de estas cantidades aumenta (cantidad de cuerpos) o disminuye, la otra también aumenta o disminuye respectivamente, siempre en la misma proporción, lo cual nos garantiza la proporcionalidad directa ya analizada en la gráfica.

- *Ecuación que relaciona las variables*

El haber determinado gráficamente que las dos magnitudes son directamente proporcionales, es un paso importante en el estudio de un fenómeno físico, pero se debe encontrar la ecuación que relaciona a las dos variables consideradas.

Efectúe la división de cada alargamiento por su correspondiente número de cuerpos. ¿Qué valor obtiene en cada división? ¿Qué puede concluir respecto al cociente de dos magnitudes que son directamente proporcionales?

Si se puede comprobar que siempre se obtiene el mismo cociente, se puede asegurar que:

Si dos magnitudes son directamente proporcionales, entonces, están relacionadas por un cociente constante (k).

En nuestro caso: $A \; \alpha \; N$, entonces $\frac{A}{N} = k$ o $A = k \, . N$

Donde k es la constante de proporcionalidad que puede ser un número concreto o abstracto, es decir, que puede o no estar acompañado de una unidad.

La expresión $\frac{A}{N} = k$ o $A = k \, . N$ es la ecuación que relaciona a las dos variables consideradas.

En general, es $k = \frac{Y}{X}$ para magnitudes directamente proporcionales.

- *Cálculo de la constante de proporcionalidad k*

Se ha dicho que, para hallar el valor de k, se calcula el cociente entre A y N.

$$\frac{A}{N} = \frac{0{,}5 \; cm}{1 \; cuerpo} = \frac{1 \; cm}{2 \; cuerpos} = \frac{1{,}5 \; cm}{3 \; cuerpos} = \frac{2 \; cm}{4 \; cuerpos} = 0{,}5 \; \frac{cm}{cuerpo}$$

$k = 0{,}5 \; \frac{cm}{cuerpo}$, es el valor de la constante de proporcionalidad.

De esta forma, la ecuación $A = k \, . N$ será:

$$A = 0{,}5 \; \frac{cm}{cuerpo} \; . \; N$$

En la realidad, debido a las incertezas en las mediciones, el cociente entre dos magnitudes directamente proporcionales no es exactamente el mismo, pero los valores son muy próximos entre sí, entonces, la constante de proporcionalidad se puede calcular como el promedio de todos los cocientes, de los correspondientes valores de las variables.

- *Predicción de nuevas situaciones*

Cuando ya se ha encontrado la ecuación que relaciona las dos variables y además se ha calculado la constante de proporcionalidad, se podrá inferir el alargamiento del resorte cuando de él se suspende cualquier número de cuerpos. Por ejemplo, siete de ellos:

Si $A = k \,.\, N$ entonces $A = \; 0{,}5 \frac{cm}{\cancel{cuerpo}} \,.\, 7 \, \cancel{cuerpos} = 3{,}5 \, cm$

El alargamiento del resorte será de 3,5 centímetros, cuando tenga 7 cuerpos suspendidos.

- *Línea de compensación*

Usualmente, en una gráfica, no es posible unir todos los puntos con un trazo regular. Por ello, es usual trazar una línea que permita identificar una tendencia en la relación de dos magnitudes.

Dicha línea puede ser la que:

- ✓ unifique la mayor cantidad de pares ordenados, o
- ✓ se posicione, lo mejor posible, en una ubicación que divida los pares ordenados en dos partes iguales.

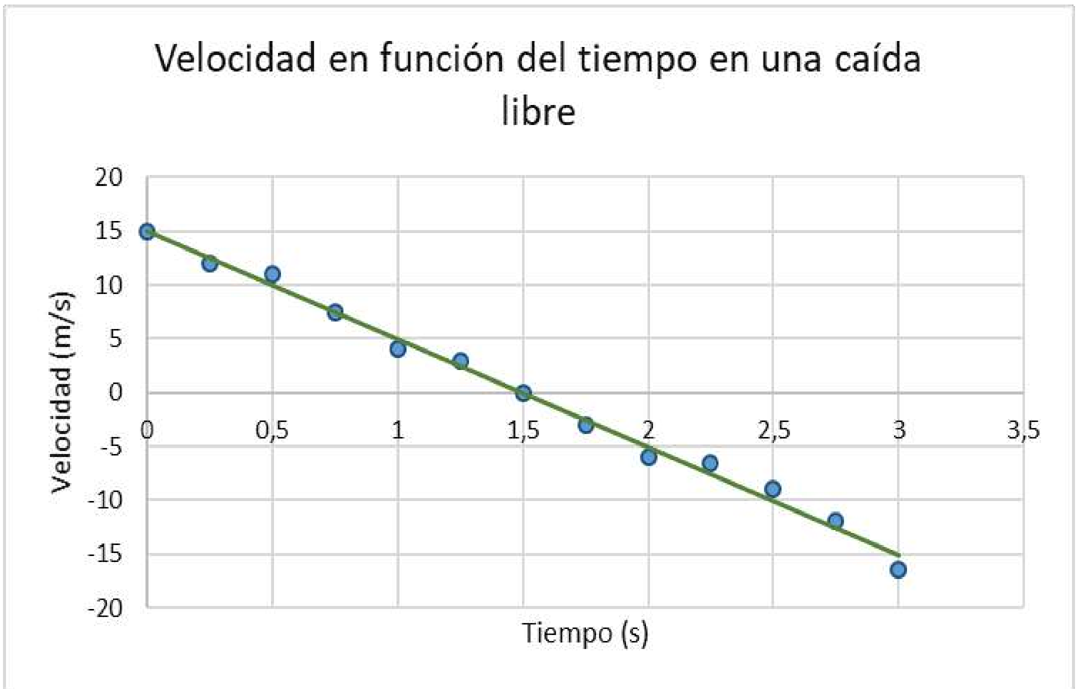


Fig. 4.3. *Ejemplo de uso de línea de tendencia.*

ACTIVIDAD

En una experiencia de laboratorio, a una masa determinada se le aplicaron varias fuerzas horizontales y se midió la aceleración que experimentaba la masa en cada caso. Los resultados del experimento se muestran en la siguiente tabla:

Fuerza (N)	Aceleración (m/s^2)
5	4,9
10	9,8
15	15,2
20	20,1
25	25,0
30	29,9

Tabla 4.2*. Valores de fuerza y aceleración de una masa.*

1) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
2) Realizar un gráfico con los valores de la tabla.
3) De acuerdo con la gráfica obtenida, ¿qué tipo de proporcionalidad hay entre estas variables?
4) Calcular la constante de proporcionalidad
5) Escribir la ecuación que relaciona a las dos variables.
6) Utilizando la ecuación obtenida:
    a) Determinar la aceleración para una fuerza de 8 N
    b) Determinar la fuerza necesaria para producir una aceleración de 36 m/s^2

B) <u>Proporcionalidad lineal</u>

En la sección anterior el alargamiento del resorte representa la variable dependiente. Ahora, como la variable dependiente, se considera la longitud del resorte; y el número de cuerpos seguirá siendo la variable independiente. De acuerdo la figura 4.1, se obtiene la siguiente tabla de datos:

Número de cuerpos N	Longitud L (cm)
0	1,5
1	2
2	2,5
3	3
4	3,5

Tabla 4.3. *Valores obtenidos de la Fig. 4.1.*

1) Realice la gráfica cartesiana de las variables $L = f(N)$ (se lee "L en función de N")
2) ¿Qué gráfica se obtiene?
3) ¿Son las magnitudes directamente proporcionales? ¿Por qué?

Al realizar la gráfica de L en función de N se obtiene una línea recta, con pendiente positiva, pero que no contiene al origen, lo cual indica que las magnitudes no son directamente proporcionales, sino que tienen una relación lineal.

Se dice que L varía directamente con N al trasladar el eje horizontal (N) una distancia LO de tal forma que la recta pase por el origen de este nuevo sistema de coordenadas. Se tiene: L – LO α N.

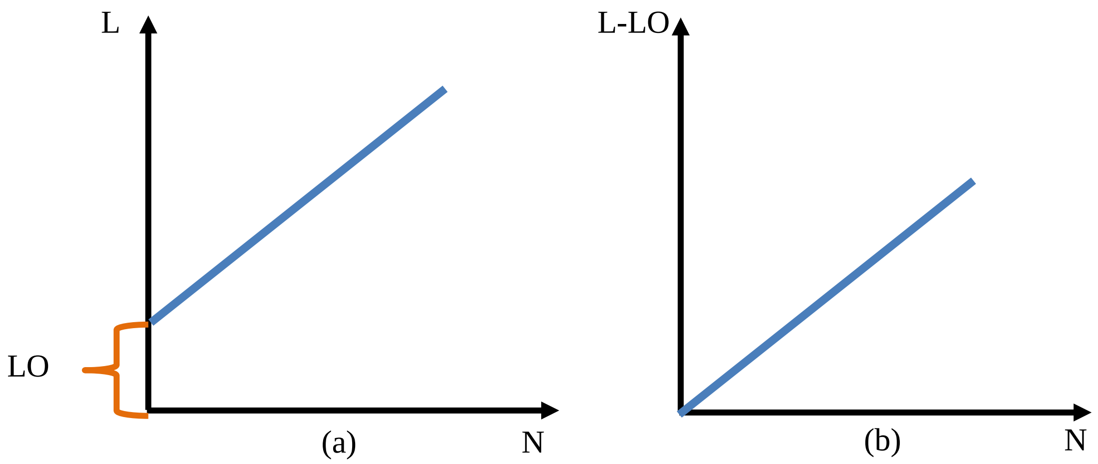


Fig. 4.4: *(a) Gráfica de L en función de N; (b) Gráfica de (L-LO) en función de N*

$(L - LO)$ y N, están relacionados por un cociente constante al ser directamente proporcionales, entonces: $\frac{(L - LO)}{N} = k$ o $(L - LO) = k.N$, donde k es la constante de proporcionalidad.

Para este caso el valor de k será:

$$k = \frac{(L - LO)}{N} = \frac{(3{,}5\ cm - 1{,}5cm)}{4\ cuerpos} = 0{,}5\frac{cm}{cuerpo}$$

Como se observa, el valor de la constante de proporcionalidad k se puede obtener eligiendo dos puntos de la recta de la forma (N, L), por ejemplo, (4 cuerpos, 3,5 cm) y (2 cuerpos, 2,5 cm), de tal forma que:

$$k = \frac{\Delta L}{\Delta N} = \frac{L2 - L1}{N2 - N1} = \frac{3{,}5\ cm\ - 2{,}5\ cm}{4\ cuerpos - 2\ cuerpos} = 0{,}5\ \frac{cm}{cuerpos}$$

En general, es:

$$k = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

De esta manera la ecuación que relaciona las variables L y N es:

$$(L - LO) = 0{,}5\frac{cm}{cuerpo} \cdot N$$

En general, se puede concluir que:

Una variable y varía linealmente con una variable x si al realizar la gráfica de y en función de x resulta una línea recta que intersecta al eje y en un punto "a" y tiene una constante de proporcionalidad $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son dos puntos de la recta.

La relación lineal entre x e y tiene la forma: $y = k \cdot x + a$

ACTIVIDAD

Para cada una de las siguientes tablas:

1) Realice una gráfica de Y en función de X
2) ¿Qué tipo de relación existe entre las variables?
3) ¿Cuál es el valor del punto de corte de la recta con el eje Y?
4) Determina la constante de proporcionalidad
5) Encuentra la ecuación que relaciona las variables

TABLA 1	
Y (m/s)	X (s)
3	0
5/2	1
2	2
3/2	3

TABLA 2	
Y(m)	X (s)
2	0
5	1
8	2
11	3
14	4

C) Proporcionalidad inversa

Consideremos el movimiento de un automóvil que tiene que recorrer una distancia de 120 km que separa dos ciudades a lo largo de un camino recto. En la figura 4.5 se ilustran los valores de la rapidez promedio del automóvil, para que sus respectivos tiempos de salida y llegada sean los que se indican en los relojes.

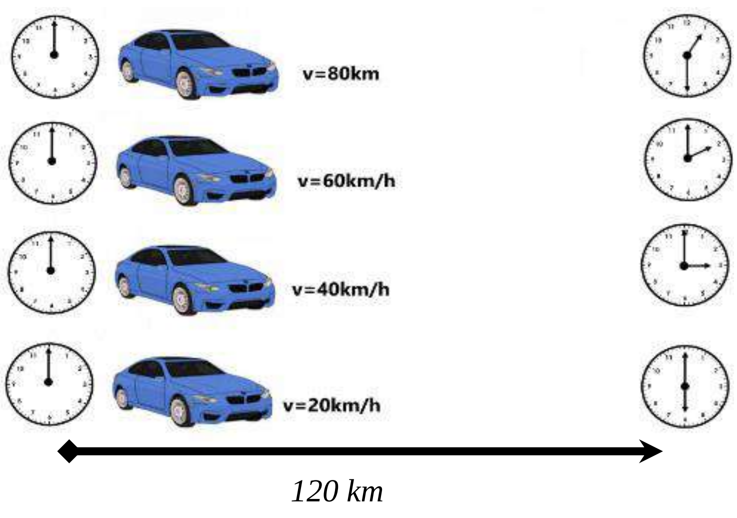


Fig. 4.5. *Velocidades promedio en un recorrido de 120km.*

1) Realice una tabla de datos: coloque en ella la rapidez "V" con que se mueve el auto y los correspondientes tiempos "t" empleados en hacer el recorrido

$V\ (km/h)$	20			
$t\ (h)$	6			

Tabla 4.4. *Datos de la figura 4.5.*

2) Teniendo en cuenta que el tiempo insumido por cada automóvil en recorrer la distancia mencionada depende de la rapidez con que se mueva, identifique las variables dependiente e independiente y realice la gráfica correspondiente.
3) La gráfica que obtuvo, ¿es una línea recta que pasa por el origen?
4) ¿Puede afirmar que las dos magnitudes V y t son directamente proporcionales?

La gráfica que se obtiene es una curva, que recibe el nombre de hipérbola. En ella puede observar que, para valores menores de rapidez, el tiempo es mayor, y a medida que la rapidez aumenta, el tiempo disminuye. Como puede verificar en la tabla de datos o en la gráfica, si se duplica la rapidez, el tiempo de viaje se reduce a la mitad.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción.

La anterior definición nos permite garantizar que t es inversamente proporcional a V, lo cual simbolizamos: $t\ \alpha\ \frac{1}{V}$, es decir, t es directamente proporcional al inverso de V.

5) Calcule y escriba en la tabla de datos los valores de $1/V$ y realiza una gráfica de t en función de $1/V$.
6) La gráfica que obtuvo, ¿es una línea recta que pasa por el origen?
7) ¿Puede afirmar que t es directamente proporcional a $1/V$?

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al graficar la variable independiente en función de la inversa de la variable dependiente, se obtiene una línea recta, con pendiente positiva, que pasa por el origen.

Considerando esto, podemos ahora encontrar la ecuación que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales.

$$t\ \alpha\ \frac{1}{V}\ , luego: t\ =\ k\ \frac{1}{V} \text{ (con k constante), por lo tanto:}$$

$$t\ .V\ =\ k$$

Dos magnitudes A y B inversamente proporcionales están relacionadas por un producto constante.

$$A\ .B\ =\ k$$

8) Calcule el valor de la constante de proporcionalidad k, realizando el producto de t por V, en cada pareja de valores que hay en la tabla 4.4.

ACTIVIDAD

Se consideran cinco recipientes que contienen la misma cantidad de agua. Cada uno de éstos tiene un orificio de superficie S y diferente a los demás. Se registra el tiempo t de salida del agua para cada recipiente obteniéndose los siguientes datos:

$t(s)$	$S\ (cm^2)$
1	24,0
2	12,0
3	8,0
4	6,0
5	4,8

Tabla 4.5. *Tiempos de salida para distintas superficies de orificios.*

1) Determine las variables independiente y dependiente.
2) Realice una gráfica que relacione las variables.
3) ¿Son magnitudes inversamente proporcionales? ¿Por qué?
4) Verifique su hipótesis realizando una gráfica de la variable dependiente en función del inverso de la variable independiente.
5) Determine el valor de la constante de proporcionalidad.
6) Establezca la ecuación que relaciona las variables mencionadas.
7) Halle los valores de t para $S = 5cm^2$ y de S para $t = 3{,}3\ s$

EJERCITACIÓN

1)

a) En una hoja milimetrada grafique, en lápiz, $d = f\ (t)$

$t\ (s)$	$d\ (mm)$
9,56	27,71
19,96	58,78
30,05	85,09
37,09	110,00
47,00	158,06
54,08	167,55

b) ¿El eje de las distancias puede comenzar con un valor distinto de 0 mm?
c) ¿Puede el eje de las distancias comenzar de un valor mayor a 0 mm?
d) Especifique la escala utilizada en cada eje.

e) ¿Cuál de los puntos representados en la gráfica descartaría? Justifique.
f) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica obtenida?
g) Para el cálculo de la pendiente, ¿puede considerar puntos que no pertenecen a la gráfica?
h) Si se sabe que $d = f\ (t)$ debiera ser una recta de pendiente positiva, que comienza en el origen, ¿cómo trazaría la recta que marca dicha tendencia entre las magnitudes representadas?
i) ¿Qué relación existe entre las magnitudes representadas?
j) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

2)

a) Represente $v = f(t)$ según los siguientes valores, en hoja milimetrada y en lápiz:

$t\ (s)$	$v\ (mm/s)$
9,56	87,71
19,96	88,78
30,05	85,09
37,09	90,00
47,00	98,06
54,08	67,55

b) ¿Qué variables representa en cada eje?
c) ¿El eje de las velocidades puede comenzar con un valor distinto de 0 mm/s?
d) ¿Puede el eje de los tiempos comenzar de un valor distinto a 0 s?
e) ¿A qué se denomina “corrimiento de ejes”?
f) Especifique la escala utilizada en cada eje.
g) ¿Cuál de los puntos representados en la gráfica descartaría? Justifique.
h) Si se sabe que velocidad debería ser constante, ¿cómo trazaría la recta que marca la tendencia entre ambas magnitudes?
i) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica obtenida?
j) ¿Qué relación existe entre las magnitudes representadas?

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1 – Como se sabe, el volumen V de una esfera es mayor, cuanto mayor sea su radio R. Al medir los valores de V y R para diversas esferas, encontramos las siguientes relaciones $(R;\ V)[cm; dm^3]$: $(10;\ 4{,}2)$ $(20;\ 33{,}4)$ $(30;\ 113{,}0)$

A) Si el radio de una esfera se duplica, ¿también se duplica su volumen?

B) Y si el radio se triplica ¿El volumen también se triplicará?

C) Entonces ¿se puede afirmar que V α R?

2 – La tabla de este problema muestra las distancias D, en km, recorridas por un automóvil y el consumo de nafta G, en litros, correspondientes a cada recorrido.

A) Empleando los valores tabulados, trace el gráfico de D en función de G

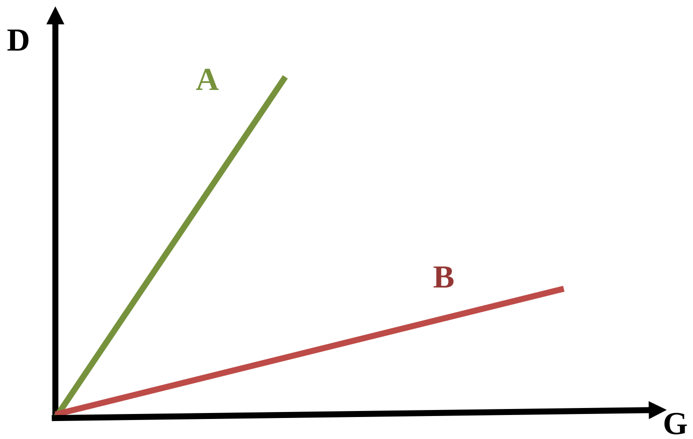
B) ¿Qué tipo de relación existe entre D y G?

C) Calcule la pendiente de la gráfica

D) Interprete el significado de la inclinación

D (km)	G (L)
20	2,5
40	5,0
60	7,5
80	10,0

3 – La figura de este problema muestra la gráfica de la distancia recorrida D, en función del consumo de gasolina $G: D = f\ (G)$, para dos autos A y B. Teniendo en cuenta al problema anterior, diga: ¿qué auto es más económico? Justifique.



4 – Se sabe que la longitud Lc de una circunferencia de radio R está dada por:

$$Lc = 2.\pi.R$$

A) ¿Qué tipo de relación existe entre Lc y R?

B) ¿Cómo sería el gráfico de Lc en función de R?

C) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la gráfica?

5 – Señale con verdadero (V) o falso (F), entre las afirmaciones siguientes, las que corresponden a una relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes x e y

A) Al multiplicar x por un factor, y queda multiplicado por el mismo. ( )

B) El producto $x \cdot y$ permanece constante. ( )

C) El gráfico y en función de x es una recta, con pendiente positiva, que pasa por el origen. ( )

D) Conforme x crece, y disminuye. ( )

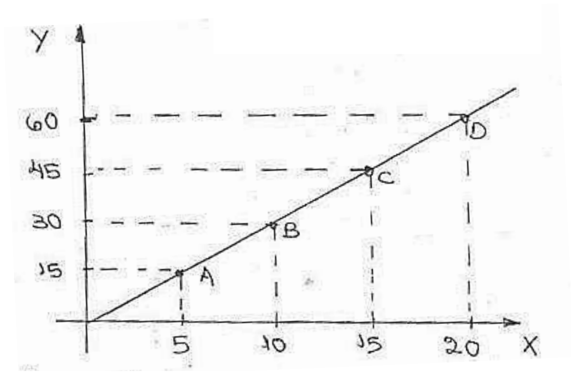
E) El cociente $\frac{y}{x}$ permanece constante. ( )

6 – Considere el gráfico de este problema:

A) Empleando los puntos B y C, calcule la pendiente de la recta.

B) Repita el cálculo de la inclinación utilizando ahora los puntos A y D.

C) Compare las respuestas (A) y (B) y deduzca su conclusión.



7 – En un servicio de taxi en cierta ciudad se debe pagar $\$ 10$ de “bajada de bandera” y $\$4$ por kilómetro. Sea D la distancia recorrida por el taxi y P el importe por pagar.

D (km)	P ($)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

A) Completa la tabla de valores

B) Usando los valores tabulados, trace la gráfica de $P = f\ (D)$

C) Por medio del gráfico, determine el precio de un servicio de $3{,}5\ km$.

D) Escriba la expresión matemática que relaciona P y D.

8 – Considere dos magnitudes X e Y, tales que el valor de Y permanezca constante, mientras que el valor de X aumenta. Realice un gráfico que muestre la relación $Y = f\ (X)$.

9 – Al dejar caer un cuerpo desde cierta altura, durante un tiempo t recorre una distancia D. La tabla de este problema muestra los valores de t y D obtenidos en un experimento. Analice la tabla y seleccione, entre las opciones siguientes, la que expresa correctamente la relación entre D y t.

t (s)	D (m)
1	5
2	20
3	45
4	80

a) D α t

b) D varía linealmente con t

c) D α t^2

d) D α t^3

e) D α $1/t^2$

10 – Suponga que la cisterna del abasto de agua de una casa es cúbica y tiene un volumen de 2700 L. Si el depósito fuese sustituido por otro, también cúbico, con una arista tres veces más chica, entonces:

A) ¿Qué tanto menor será el volumen de la nueva cisterna, respecto de la anterior?

B) ¿Cuántos litros de agua se podría almacenar?

11 – Un medicamento debe administrarse a un enfermo en dosis de 8 gotas a la vez, empleando un cuentagotas. Como no se dispone de él, se usa otro que deja salir gotas con un diámetro dos veces mayor. En este caso, ¿cuántas gotas deberán administrarse al paciente?

12 – Se sabe que el volumen de un gas, si se mantiene a una temperatura constante, es inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él. Considere $100\ cm^3$ de un gas sometido a una presión determinada. Al mantener su temperatura constante y hacer que la presión sobre el gas se vuelva cuatro veces mayor, ¿qué volumen ocupará?

13 – Dos magnitudes X e Y, varían de tal modo que su producto permanece constante. Señale, entre las opciones siguientes, la que describe correctamente la relación entre ambas:

A) Y es directamente proporcional a X

B) Y varía linealmente con X

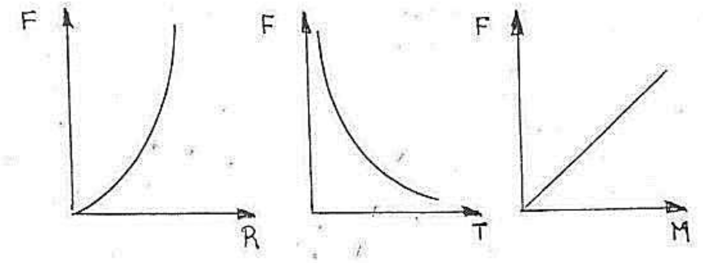
C) Y es proporcional al cuadrado de X

D) Y es inversamente proporcional a X

E) Y es inversamente proporcional al cuadrado de X

14 – Los experimentos demuestran que la fuerza de atracción entre un imán y un clavo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que media entre ambos. Suponga que un imán, situado a 2 cm de un clavo, ejerce sobre él una fuerza de atracción de 27 N. ¿Cuál será el valor de la fuerza si la distancia entre el objeto y el imán se aumentará a 6 cm?

15 – Una persona, al hacer mediciones en un laboratorio, comprobó que cierta magnitud F es función de otras tres: M, R y T. Sus mediciones le permitieron trazar los gráficos mostrados en las figuras de este problema. Observando dichas representaciones, señale entre las siguientes relaciones, la que puede describir correctamente el resultado de los experimentos.



A) $F \propto \frac{M.R^2}{T}$ B) $F \propto \frac{M.T}{R}$

C) $F \propto \frac{R.T}{M}$ D) $F \propto \frac{M^2.T^2}{R^2}$

E) $F \propto M.R.T$

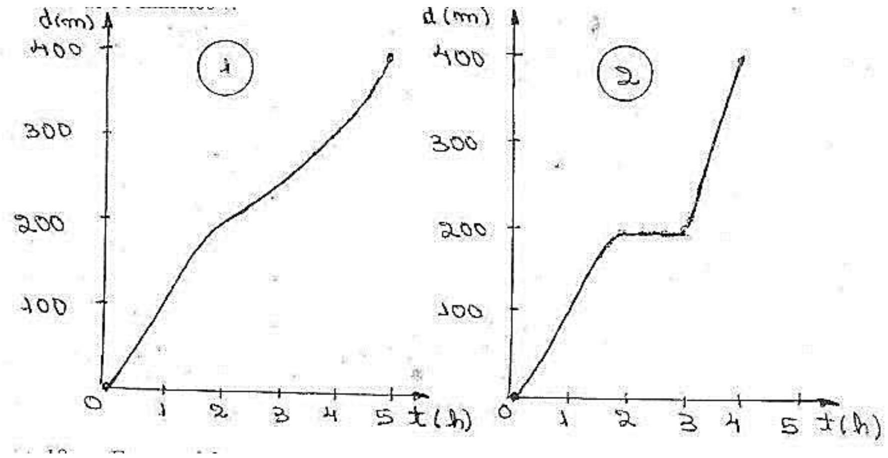
16 – Los siguientes gráficos representan la distancia recorrida por dos móviles que se desplazan en línea recta, en función del tiempo.

A) ¿Qué distancia recorrió el móvil 1 luego de cuatro horas?

b) ¿Luego de cuántas horas el móvil 2 recorrió 200 m?

C) ¿Qué sucedió con el móvil 2 en el intervalo (2,3)?

D) Determine qué móvil se desplazó más rápidamente a partir de las 3 h 30 min?



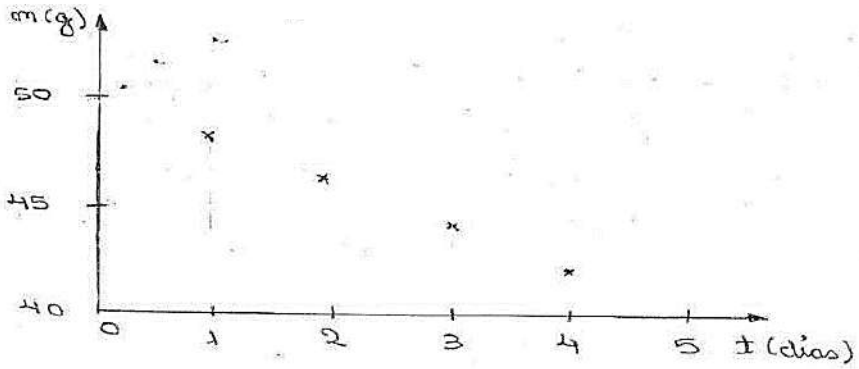
17 – En un laboratorio se experimenta una dieta para observar la disminución de masa de un ratón obteniéndose la tabla siguiente:

Día	Masa (g)
0	50,0
1	48,0
2	46,2
3	44,3
4	41,8
5	40,1

Observando el gráfico podemos intuir que los puntos están aproximadamente alineados. Tracemos una recta compensada.

A) Determine en qué momento el ratón alcanza los 45 g.

B) ¿Cuál es su masa en las primeras 12 h y a los 3 días con 6 h?



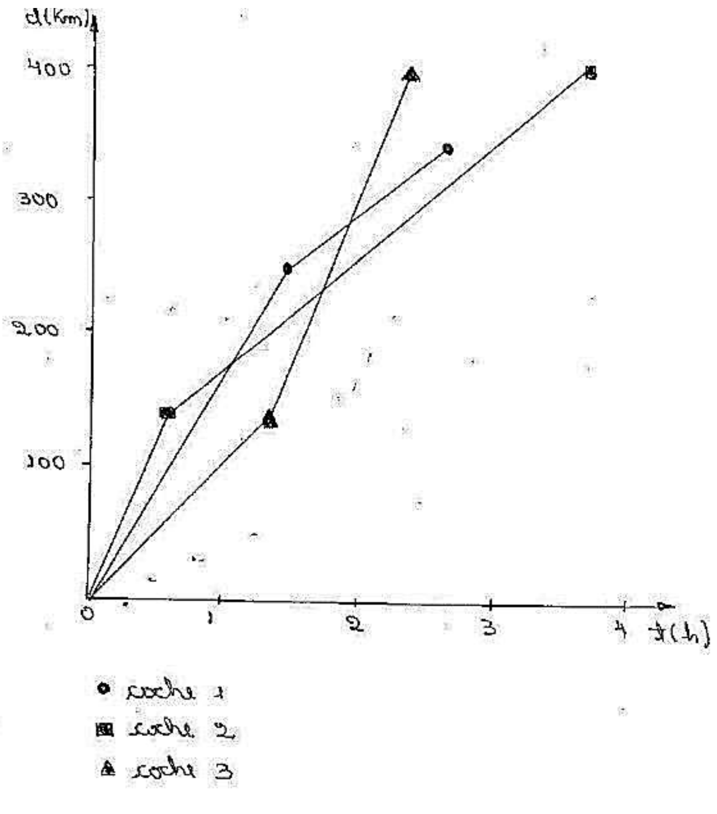
18 – Se trata de una carrera representada en un gráfico. En él se ha representado la distancia en función del tiempo. La carrera tiene 400 km en línea recta. Teniendo en cuenta el gráfico responder:

A) ¿Cuántos coches finalizaron la carrera?

B) ¿Algún coche no finalizó?

C) ¿Qué coche ganó?

D) ¿Cuál fue el tiempo del ganador?



ESCALAS

Una ***escala*** sobre un eje se la puede obtener (no es la única manera) considerando un conjunto de números llamados cotas, de acuerdo a una cierta calibración. La regla graduada, el tubo graduado de un termómetro, el cuadrante de un reloj, son ejemplos concretos de escalas.

Sea L la longitud de segmento del eje X (o eje Y), sobre el cual se desea dibujar una escala uniforme, siendo $V_{mín}$ y $V_{máx}$ los valores mínimo y máximo de la variable, correspondientes a cada extremo del segmento.

Los valores de los extremos del segmento pueden ser directamente "$V_{mín}$ y $V_{máx}$", o pueden ser otros valores "convenientes para el cálculo" próximos a ellos, pero de tal forma que $V_{mín}$ y $V_{máx}$ queden incluidos en ese rango.

De esta manera, se define al módulo de la escala E como el cociente entre la longitud L y la diferencia entre los valores máximo y mínimo de la variable, es:

$$E = \frac{L}{V_{máx} - V_{mín}}$$

Así, para ubicar un valor cualquiera de la variable x (V_x), sobre un eje se realiza el siguiente cálculo:

$$V_x = x \,.E$$

ACTIVIDAD

1) Determine el módulo de la escala y grafique sobre un eje:
   a) Una longitud del eje de 100 mm para la variable desde 0 s hasta 50 s. Además, represente los valores de 25 s y 37 s.
   b) Una longitud del eje de 20 cm para la variable desde 4,2 N hasta 12 N. Además, represente los valores 5,6 N y 8,0 N.
   c) ¿Cómo se interpreta la escala de los casos (A) y (B)?
2) En una experiencia de laboratorio se obtuvieron los siguientes datos:

X (m)	Y (s)
5,1	1,7
8,4	2,8
10,2	3,4
12,6	4,4
15,9	5,3

En papel milimetrado, represente los valores de la tabla con una gráfica cartesiana, con escalas adecuadas sobre cada eje.

5. Mediciones directas

MEDICIONES DIRECTAS E INDIRECTAS:

Cuando se procede a medir, si se utiliza un instrumento, sin cálculos matemáticos, se dice que es una medición DIRECTA. Por ejemplo, al medir una sola vez con una regla o con un calibre o con un termómetro, entre otros.

Por el contrario, se denomina medida INDIRECTA si la medida surge de aplicar ecuaciones, ya sea promedio o relación entre magnitudes (como por ejemplo, calcular para obtener la medida indirecta de la aceleración de un cuerpo de masa m cuando sobre él se ha ejercido una fuerza, para lo cual se aplica la ecuación: $a = \frac{F}{m}$)

APRECIACIÓN DE UN INSTRUMENTO:

Una persona que realiza una medición no encontrará el valor verdadero de la cantidad medida, debido a limitaciones que presentan: los instrumentos de medida, a las interacciones entre el instrumento y lo que se quiere medir, a las condiciones innatas de los sentidos de la persona que interviene, etc. En consecuencia, siempre existirán incertezas (o mal denominados errores) en las mediciones.

Se llama apreciación o aproximación de un instrumento a lo que representa la menor división de la escala del mismo. Por ejemplo, una regla graduada en milímetros tiene una apreciación de $\Delta X = 1mm$; un termómetro graduado en décimas de grado Celsius tiene una apreciación $\Delta X = 0{,}1°C$.

ESTIMACIÓN DE UNA LECTURA:

Se llama estimación del observador a la menor medida que el mismo puede determinar con la ayuda de la escala del instrumento empleado para medir. Por ejemplo, un experimentador mide una longitud con una regla que aprecia 1 mm; puede ocurrir que uno de los extremos de esa longitud no coincida con una de las marcas de fábrica de la regla, pero quien mide puede inferir nuevas divisiones que permiten distinguir hasta los 0,5 mm. En dicho caso se dice que el observador estimó hasta las cinco décimas de milímetro. Entonces la estimación es 0,5 mm.

CALIBRE:

Es un instrumento empleado para medir longitudes: espesores y diámetros interiores y exteriores.

Básicamente consta de una regla graduada (escala principal) sobre la que se desplaza un cursor con un nonius o vernier (escala secundaria).

Si D es la longitud de una de las divisiones de la regla graduada y d es la longitud de una de las divisiones del nonius, se llama aproximación del calibre a la diferencia entre las longitudes de una división de la regla y otra del nonius, es:

$$A = D - d \qquad (1)$$

Pero, si n es el número total de divisiones del nonius, se cumple que:

$d.n = D.(n - 1)$ es $\quad d = \frac{D.(n-1)}{n}$ (2)

De reemplazar la relación (2) en (1) queda:

$$A = D - \frac{D.(n-1)}{n} = \frac{n.D - D.n + D}{n} \Rightarrow A = \frac{D}{n}$$

La aproximación del calibre está dada por la razón entre la menor división de la escala principal y el número total de divisiones del nonius o vernier.

La lectura de la medición de una longitud L es: $L = Lo + Lv \, . A$

Siendo:

- L_o la lectura de la longitud sobre la escala principal.
- L_v la lectura de la cantidad de divisiones sobre el vernier que coincide con una de la escala principal.
- A la aproximación del calibre.

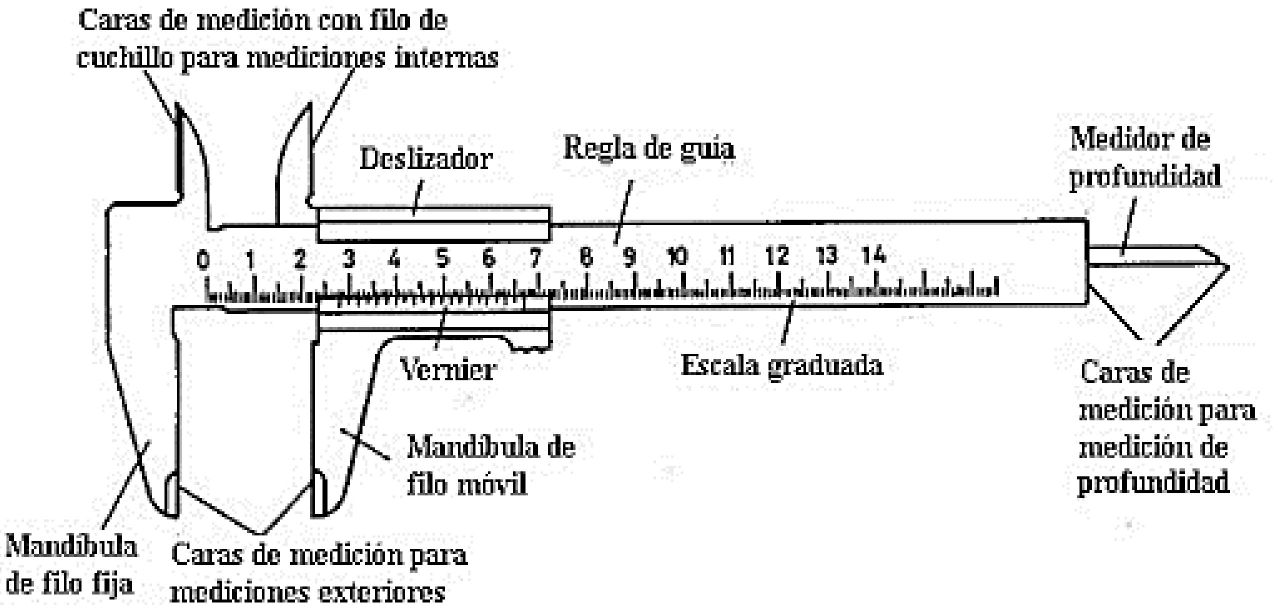


Fig.5.1: *Esquema de partes de un calibre*

TORNILLO MICROMÉTRICO O MICRÓMETRO:

Fig.5.2: *Esquema de partes de un micrómetro*

La aproximación (A) del tornillo micrométrico se determina de la siguiente manera:

$$A = \frac{valor\ de\ la\ menor\ división\ del\ eje\ graduado}{número\ de\ divisiones\ del\ tambor}$$

Responda: ¿Cuál es el valor de A en el micrómetro de la fig. 5.2?

La medida de una longitud L surgirá de adicionar la longitud l_0 que se puede observar en el eje graduado (en la figura 5.2 es 5,5 mm), con la cantidad de divisiones n, del tambor, que más coincide con la línea del eje central (en la imagen es la división número 50) multiplicada por la aproximación A del instrumento. Entonces:

$$L = l_0 + n \cdot A$$

INCERTEZA EN LAS MEDICIONES:

Debido a las incertezas experimentales, cuando una persona realiza una medición, lee en la escala del instrumento al mejor valor aproximado X.

Incerteza absoluta de una medida:

Se define como tal al valor ΔX que acompañará a la medida, en su expresión.

Expresión de una medida:

Se define como tal a la expresión:

$$X \;\pm\; \Delta X \qquad (3)$$

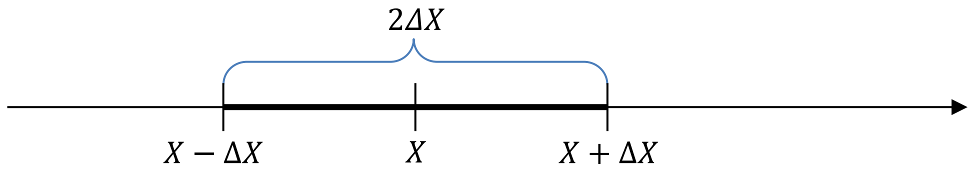
donde:

X es la medida

ΔX es la incerteza absoluta de la medida.

Por ejemplo, si la medida es directa, la incerteza absoluta es la apreciación del instrumento o la estimación del observador.

Según la expresión (3) se puede inferir que el mejor valor aproximado X, está dentro de un intervalo de certeza, cuya longitud es $2\Delta X$, dentro del cual se espera hallar el valor verdadero o exacto.



El número de cifras de una lectura está dado por el lugar de la cifra significativa de la apreciación o de la estimación. Por ejemplo, si la apreciación del instrumento es de $\Delta X = 0{,}02\ mm$, una lectura no puede expresarse sólo con décimos, ni llegar a los milésimos, deberá llegar hasta los centésimos. Una expresión correcta es: $(12{,}43 \;\pm\; 0{,}02)\ mm$; y no 12 mm; ni 12,4 mm; ni 12,437 mm. En el primer y segundo caso se desperdiciaría información, y en el tercero se consideraría como información válida algo que no lo es.

Incerteza relativa de una medición:

La incerteza relativa e o $\sum$ es el cociente entre la incerteza absoluta y la medición obtenida.

$e \;=\; \frac{\Delta X}{X}$ $\quad e$ es un número abstracto y adimensional (sin unidades).

Incerteza relativa porcentual (e%):

La incerteza relativa porcentual es el producto entre la incerteza relativa por 100

$$e\,\% \;=\; e \cdot 100$$

Este valor indica la incerteza por cada 100 unidades medidas. Por ejemplo, una incerteza del 2%, nos dice que cada 100 mediciones, 2 mediciones no son confiables.

Esta incerteza nos sirve para clasificar las mediciones:

- Si e % > 10% la medición es despreciable.
- Si 1 < e % < 10% la medición es precisa.
- Si e % < 1% la medición es muy precisa.

Precisión de una medición “P”

Se define como: $P \;= \frac{1}{e}$, y también es adimensional.

ACTIVIDADES

1) Un alumno mide el ancho de un pupitre cuyo valor representativo es de 0,430 m teniendo una incerteza absoluta de 0,002 m; por otra parte, otro estudiante mide la altura de la puerta del aula que tiene un valor de 1,92 m y una incerteza absoluta de $0{,}5\ cm$.

A) Expresa correctamente ambas mediciones.

B) Determina cuál de las dos mediciones es la más precisa.

2) Para medir una longitud del orden de los 5 mm con una incerteza porcentual del 4% será necesario usar una regla que aprecie el:

a) medio, b) tercio de, c) cuarto de, d) quinto de, e) décimo de milímetro.

3)Indica un ejemplo concreto de: a) una mala medición realizada con un instrumento de mucha precisión, b) una buena medición realizada con un instrumento de poca precisión.

4) La incerteza con que se desea medir el diámetro de una esfera es del 1%. Si el valor más probable es de 16 cm. ¿Cuáles serán los límites de esa medición?

5) Completa el cuadro siguiente:

A) Determina la aproximación de cada instrumento a utilizar.

B) Mide una cantidad con cada uno de ellos.

C) Expresa la medición directa.

D) Calcula las incertezas relativa y porcentual.

INSTRUMENTO (unidad de medida)	Incerteza absoluta ΔX	Medida X	Expresión de la medida X ± ΔX	Incerteza relativa e	Incerteza relativa porcentual e %	Clasificación de la medida	Precisión P
Regla graduada ( )							
Transportador ( )							
Calibre ( )							
Micrómetro ( )							
Termómetro ( )							
Probeta graduada ( )							
Balanza de platillos ( )							

6) RESPONDE:

a) En la antigüedad, “la longitud se medía desde muy antiguo en pies, que sería lo que midiese el pie del rey de turno”. Medir con esta unidad, ¿era conveniente?
b) Mencione, al menos, dos razones por las cuales es necesario medir.
c) ¿Pueden dos observadores informar apreciaciones distintas para un mismo instrumento?
d) Ídem para estimaciones al utilizar un mismo instrumento.
e) ¿Podría identificarse la apreciación del instrumento elegido anteriormente?
f) ¿Cuál es la apreciación del instrumento que actualmente elegiría para medir longitudes, sin este ser digital?
g) Mencione al menos 3 causas por las que dos observadores pueden obtener distintas medidas de determinada característica de un mismo objeto.
h) Debe decidir con qué instrumentos trabajar en cierta experiencia de laboratorio. ¿Qué criterio adoptaría?
i) ¿Por qué la incerteza absoluta de una medida no debería ser mayor a dicha medida?
j) Establezca alguna comparación entre la incerteza absoluta y relativa de una medida.
k) ¿Qué información se obtiene al conocerse las incerteza absoluta y relativa de una medida?

EXPRESIÓN DE UNA SERIE DE MEDICIONES DIRECTAS:

Para un conjunto de mediciones directas, cuando no se necesita gran precisión, el mejor valor aproximado X se lo obtiene por la semisuma de los valores máximo y mínimo.

$$X = Ss = \frac{(X_{máx} + X_{mín})}{2}$$

La incerteza absoluta ΔX, ahora está dada por la semidiferencia entre los valores máximo y mínimo.

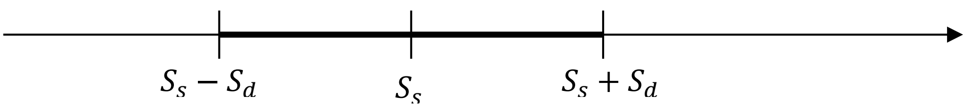
$$\Delta X = Sd = \frac{(X_{máx} - X_{mín})}{2}$$

Por lo que la expresión de una serie de mediciones directas es:

$$X \pm \Delta X = S_s \pm S_d$$

Las incertezas relativa y porcentual se calculan como en la sección anterior, es decir:

$$e = \frac{\Delta X}{X} = \frac{Sd}{Ss} \qquad ; \qquad e\,\% = e.100$$



ACTIVIDADES

1) Coloca en una pista inclinada una esferita de acero y mide el tiempo, con un cronómetro, que tarda en recorrer una distancia elegida arbitrariamente. Repite la experiencia unas seis veces sin modificar la inclinación de la pista.
   a) Construye un cuadro de valores e identifica en él los valores máximo y mínimo.
   b) Calcula el valor probable y la incerteza absoluta.
   c) Expresa el resultado de la medición.
   d) Calcula las incertezas relativa y porcentual.

2) El diámetro de un disco se mide cinco veces con una regla graduada en milímetros, y se obtienen los siguientes resultados: 12,2 mm; 12,1 mm; 12,3 mm; 12,0 mm; 12,2 mm.
   a) Determinar el valor más probable del diámetro a partir de los datos.
   b) Determinar la incerteza absoluta de la medición.
   c) Expresar el resultado de la medición y su incerteza relativa porcentual

BIBLIOGRAFÍA

- Bevington, P. R y Robinson R. Keith. (2003) *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*.(3ra Ed). McGraw Hill.
- Bueche, F. J. (2001). *Física General*. (9na Ed.). México. McGraw-Hill.
- *Gil, S y Rodríguez E.* (2001). *Física re-Creativa.* Prentice Hall, Buenos Aires.
- Hewitt, P. (2007). *Física conceptual.* (10ma Ed). Pearson.
- Sears, F., Zemansky, M. Young H. y Freedman, R. (2004) *Física Universitaria.* (Vol. I) (Undécima edición), México. Pearson Education.
- Serway, R y Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería*. (7ma Ed.). México. Cengage Learning.